

UČNI NAČRT PREDMETA / COURSE SYLLABUS						
<b>Predmet:</b>		Parcialne diferencialne enačbe				
<b>Course title:</b>		Partial differential equations				
<b>Študijski program in stopnja</b> Study programme and level		<b>Študijska smer</b> Study field		<b>Letnik</b> Academic year	<b>Semester</b> Semester	
Magistrski študijski program Finančna matematika		ni smeri		1 ali 2	prvi ali drugi	
Master's study programme Financial Mathematics		none		1 or 2	first or second	
<b>Vrsta predmeta / Course type</b>				izbirni		
<b>Univerzitetna koda predmeta / University course code:</b>				M2112		
<b>Predavanja</b> Lectures	<b>Seminar</b> Seminar	<b>Vaje</b> Tutorial	<b>Klinične vaje</b> work	<b>Druge oblike</b> študija	<b>Samost. delo</b> Individ. work	<b>ECTS</b>
30	15	30			105	6
<b>Nosilec predmeta / Lecturer:</b>				prof. Franc Forstnerič, prof. Miran Černe, prof. Pavle Saksida		
<b>Jeziki /</b> <b>Languages:</b>		<b>Predavanja /</b> <b>Lectures:</b> slovenski/Slovene, angleški/English				
		<b>Vaje / Tutorial:</b> slovenski/Slovene, angleški/English				
<b>Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:</b>				<b>Prerequisites:</b>		
<b>Vsebina:</b>				<b>Content (Syllabus outline):</b>		

<p>Prostori odvedljivih funkcij. Hölderjevi prostori. Schwartzev razred hitro padajočih funkcij. Testne funkcije. Distribucije. Prostori Soboljeva. Osnovna rešitev. Karakteristike linearnega parcialnega diferencialnega operatorja. Cauchyjeva naloga. Izrek Cauchy-Kowalevski. Lewyjev primer.</p> <p>Laplaceva enačba. Newtonov potencial kot osnovna rešitev Laplaceve enačbe. Dirichletov problem. Subharmonične funkcije. Perronova metoda. Šibke rešitve Dirichletevega problema. Lastne funkcije in lastne vrednosti Laplaceovega operatorja. Regularnost rešitev.</p> <p>Toplotna enačba v višjih dimenzijah. Gaussovo jedro. Fundamentalna rešitev toplotne enačbe. Nehomogena toplotna enačba. Weierstrassov izrek. Toplotna enačba na omejenih območjih. Princip maksima. Fourierjeva metoda separacij spremenljivk.</p> <p>Valovna enačba v višjih dimenzijah. Sferična povprečja. Valovna enačba v ravnini in prostoru. Fundamentalna rešitev valovne enačbe. Rešitve nehomogene valovne enačbe. Valovna enačba na omejenih območjih. Fourierjeva metoda separacij spremenljivk.</p>	<p>Spaces of differentiable functions. Hölder spaces. Schwarz class of rapidly decreasing functions. Test functions. Distributions. Sobolev spaces. Fundamental solution. Characteristics of linear partial differential operator. Cauchy problem. Cauchy-Kowalevski theorem. Lewy's example.</p> <p>Laplace equation. Newton potential as fundamental solution of the Laplace equation. Dirichlet problem. Subharmonic functions. Perron method. Weak solutions of the Dirichlet problem. Eigenfunctions and eigenvalues of the Laplace operator. Regularity of solutions.</p> <p>The heat equation in higher dimensions. Gauss kernel. Fundamental solution of the heat equation. Inhomogeneous heat equation. Weierstrass theorem. The heat equation on bounded domains. Maximum principle. Fourier method of separation of variables.</p> <p>The wave equation in higher dimensions. Spherical means. The wave equation in the space and in the plane. Fundamental solution of the wave equation. Inhomogeneous wave equation. The wave equation on bounded domains. Fourier method of separation of variables.</p>
--	---

### Temeljni literatura in viri / Readings:

<p>L. C. Evans: Partial Differential Equations, 2nd edition, AMS, Providence, 2010.</p> <p>G. B. Folland: Introduction to Partial Differential Equations, 2nd edition, Princeton Univ. Press, Princeton, 1995.</p> <p>L. Hörmander: The Analysis of Linear Partial Differential Operators I : Distribution Theory and Fourier Analysis, 2nd edition, Springer, Berlin, 2003.</p> <p>F. John: Partial Differential Equations, 4th edition, Springer, New York, 1991.</p> <p>F. Križanič: Parcialne diferencialne enačbe, DMFA-založništvo, Ljubljana, 2004.</p> <p>E. H. Lieb, M. Loss: Analysis, 2nd edition, AMS, Providence, 2001.</p>
--

Y. Pinchover, J. Rubinstein: An Introduction to Partial Differential Equations, CUP, Cambridge, 2005

A. Suhadolc: Integralske transformacije/Integralske enačbe, DMFA-založništvo, Ljubljana, 1994.

M. E. Taylor: Partial differential equations I: Basic theory, 2nd edition, Springer, New York, 2011

### **Cilji in kompetence:**

Slušatelj se seznani s parcialnimi diferencialnimi enačbami v poljubni dimenziji. Predstavljene so distribucije kot posplošene rešitve linearnih parcialnih diferencialnih enačb. Dokazani so eksistenčni izreki za Laplaceovo, toplotno in valovno enačbo ter osnovne regularnostne lastnosti njihovih rešitev.

### **Objectives and competences:**

Student becomes familiar with partial differential equations in arbitrary dimensions. Introduced are distributions as generalized solutions of linear partial differential equations. Proved are existence and basic regularity theorems for solutions of the Laplace equation, the heat equation and the wave equation.

### **Predvideni študijski rezultati:**

Znanje in razumevanje: Razumevanje pojma posplošene rešitve parcialne diferencialne enačbe. Obvladanje postopkov za analitično reševanje nekaterih tipov parcialnih diferencialnih enačb v poljubni dimenziji. Razumevanje lastnosti rešitev različnih parcialnih diferencialnih enačb drugega reda. Uporaba: Formulacija nekaterih matematičnih in nematematičnih problemov v obliki parcialnih diferencialnih enačb. Reševanje dobljenih parcialnih diferencialnih enačb.

Refleksija: Razumevanje teorije na podlagi uporabe.

Prenosljive spretnosti – niso vezane le na en predmet: Identifikacija, formulacija in reševanje matematičnih in nematematičnih problemov s pomočjo parcialnih diferencialnih enačb. Spretnost uporabe domače in tuje literature.

### **Intended learning outcomes:**

Knowledge and understanding: Understanding the notion of a generalized solution of a partial differential equation. Skills to analytically find solutions of certain types of partial differential equation in higher dimensions. Understanding the properties of solutions of different types of second order partial differential equations. Application: Formulation of certain mathematical and non-mathematical problems in the form of partial differential equations. Solving these partial differential equations.

Reflection: Understanding of the theory from the applications.

Transferable skills: The ability to identify, formulate, analyze and solve mathematical and non-mathematical problems with the help of partial differential equations. Skills in using the domestic and foreign literature.

--

--

**Metode poučevanja in učenja:**

predavanja, vaje, domače naloge, seminar, konzultacije

**Learning and teaching methods:**

Lectures, exercises, homeworks, seminar, consultations

Delež (v %) /

Weight (in %)

**Načini ocenjevanja:****Assessment:**

Način (pisni izpit, ustno izpraševanje, seminarska naloga): izpit iz vaj (2 kolokvija ali pisni izpit), seminarska naloga  ustni izpit  Ocene: 1-5 (negativno), 6-10 (pozitivno) (po Statutu UL)	50%  50%	Type (examination, oral, coursework, seminar paper): 2 midterm exams instead of written exam, written exam, seminar paper  oral exam  Grading: 1-5 (fail), 6-10 (pass) (according to the Statute of UL)
---	----------------	--

**Reference nosilca / Lecturer's references:**

Miran Černe:

- ČERNE, Miran, FLORES, Manuel. Quasilinear  $\partial$ -equation on bordered Riemann surfaces. *Mathematische Annalen*, ISSN 0025-5831, 2006, vol. 335, no. 2, str. 379-403 [COBISS.SI-ID 13970777]
- ČERNE, Miran, FLORES, Manuel. Generalized Ahlfors functions. *Transactions of the American Mathematical Society*, ISSN 0002-9947, 2007, vol. 359, no. 2, str. 671-686 [COBISS.SI-ID 14227801]
- ČERNE, Miran, ZAJEC, Matej. Boundary differential relations for holomorphic functions on the disc. *Proceedings of the American Mathematical Society*, ISSN 0002-9939, 2011, vol. 139, no. 2, str. 473-484 [COBISS.SI-ID 15710553]

Franc Forstnerič:

- FORSTNERIČ, Franc, ROSAY, Jean-Pierre. Approximation of biholomorphic mappings by automorphisms of  $\mathbb{C}^n$ . *Inventiones Mathematicae*, ISSN 0020-9910, 1993, let. 112, št. 2, str. 323-349 [COBISS.SI-ID 9452121]

– FORSTNERIČ, Franc. Noncritical holomorphic functions on Stein manifolds. *Acta mathematica*, ISSN 0001-5962, 2003, vol. 191, no. 2, str. 143-189 [COBISS.SI-ID 13138009]

– FORSTNERIČ, Franc. Runge approximation on convex sets implies the Oka property. *Annals of mathematics*, ISSN 0003-486X, 2006, vol. 163, no. 2, str. 689-707 [COBISS.SI-ID 13908825]

Pavle Saksida:

– SAKSIDA, Pavle. Nahm's equations and generalizations Neumann system. *Proceedings of the London Mathematical Society*, ISSN 0024-6115, 1999, let. 78, št. 3, str. 701-720 [COBISS.SI-ID 8853849]

– SAKSIDA, Pavle. Maxwell-Bloch equations, C Neumann system and Kaluza-Klein theory. *Journal of physics. A, Mathematical and general*, ISSN 0305-4470, 2005, vol. 38, no. 48, str. 10321-10344 [COBISS.SI-ID 13802073]

– SAKSIDA, Pavle. Lattices of Neumann oscillators and Maxwell-Bloch equations. *Nonlinearity*, ISSN 0951-7715, 2006, vol. 19, no. 3, str. 747-768 [COBISS.SI-ID 13932377]