

UČNI NAČRT PREDMETA / COURSE SYLLABUS						
<b>Predmet:</b>		Specialne funkcije				
<b>Course title:</b>		Special functions				
<b>Študijski program in stopnja</b> Study programme and level		<b>Študijska smer</b> Study field		<b>Letnik</b> Academic year	<b>Semester</b> Semester	
Magistrski študijski program Finančna matematika		ni smeri		1 ali 2	prvi ali drugi	
Master's study programme Financial Mathematics		none		1 or 2	first or second	
<b>Vrsta predmeta / Course type</b>				izbirni		
<b>Univerzitetna koda predmeta / University course code:</b>				M2124		
<b>Predavanja</b> Lectures	<b>Seminar</b> Seminar	<b>Vaje</b> Tutorial	<b>Klinične vaje</b> work	<b>Druge oblike</b> študija	<b>Samost. delo</b> Individ. work	<b>ECTS</b>
30	15	30			105	6
<b>Nosilec predmeta / Lecturer:</b>				prof. Janez Mrčun, prof. Miran Černe, prof. Pavle Saksida		
<b>Jeziki /</b> <b>Languages:</b>		<b>Predavanja /</b> <b>Lectures:</b> slovenski/Slovene, angleški/English				
		<b>Vaje / Tutorial:</b> slovenski/Slovene, angleški/English				
<b>Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:</b>				<b>Prerequisites:</b>		
<b>Vsebina:</b>				<b>Content (Syllabus outline):</b>		

<p>Osnovni pojmi Liejeve teorije, predstavljeni na primerih matričnih grup in algeber. Osnovni pojmi teorije upodobitev kompaktnih Liejevih grup. Upodobitve grupe <math>SU(2)</math>.</p> <p>Splošni pojem specialne funkcije na kompaktni Liejevi grupi. Karakteristične funkcije upodobitev. Ortogonalnostne relacije. Peter-Weylov izrek.</p> <p>Sferne funkcije kot reprezentacijske funkcije, pripadajoče upodobitvam grupe <math>SU(2)</math>. Legendrovi polinomi in njihove lastnosti.</p> <p>Laplaceov operator v različnih koordinatah. Laplaceova enačba in sferne funkcije. Besselove funkcije.</p> <p>Diferencialne enačbe v kompleksnem. Riemannova in hipergeometrična enačba. Hipergeometrična funkcija. Zveza med hipergeometrično funkcijo in sfernimi funkcijami.</p> <p>Linearni diferencialni operatorji. Posplošene Fouriereve vrste in pojem šibke rešitve. Diferencialni operatorji drugega reda in sistemi njihovih lastnih vektorjev.</p>	<p>Elementary Lie theory of matrix groups and algebras. Fundamental concepts of the theory of representations of compact Lie groups. Representations of the group <math>SU(2)</math>.</p> <p>Special functions as representative functions on compact matrix groups. Characters of representations. Orthogonality relations. Peter-Weyl theorem.</p> <p>Spherical harmonics as the representative functions of the group <math>SU(2)</math>. Legendre polynomials and their properties.</p> <p>Laplace operator in various coordinate systems. Laplace equation and spherical harmonics. Bessel functions.</p> <p>Complex differential equations. Riemann and hypergeometric equations. Hypergeometric function. Relation between the hypergeometric function and spherical harmonics.</p> <p>Linear differential operators. Generalized Fourier series and weak solutions. Differential operators of the Sturm-Liouville type and the associated eigenproblems.</p>
--	--

#### Temeljni literatura in viri / Readings:

- J. Dieudonné: Special Functions and Linear Representations of Lie Groups, AMS, Providence, 1979.
- T. Bröcker, T. T. Dieck: Representations of Compact Lie Groups, Springer, New York, 1985.
- E. Zakrajšek: Analiza III, DMFA-založništvo, Ljubljana, 2002.
- F. Križanič: Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun, DZS, Ljubljana, 1974.
- S. Helgason: Invariant Differential Operators and Eigenvalue Representations, v Representation Theory of Lie Groups, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1980.

#### Cilji in kompetence:

#### Objectives and competences:

Študent spozna na poenoten način nekatere pomembne razrede specialnih funkcij. Seznan se z nekaterimi pomembnimi uporabami teh funkcij v matematiki in fiziki. Predstavljena je povezava teorije specialnih funkcij s tremi matematičnimi področji: s teorijo upodobitev Liejevih grup, s parcialnimi diferencialnimi enačbami in s teorijo linearnih diferencialnih operatorjev. Opisane so tudi osnove teorije diferencialnih enačb v kompleksnem s poudarkom na hipergeometrični enačbi in hipergeometrični funkciji.

In the course some important classes of special functions are introduced. Some important applications of these functions in mathematics and physics are described. Special functions are considered from three different viewpoints: from the viewpoint of the representation theory of Lie groups, through the theory of differential equations and by means of the theory of differential operators and their eigenproblems. Fundamental concepts of the theory of complex differential equations with the emphasis on the hypergeometric equation are presented.

### **Predvideni študijski rezultati:**

Znanje in razumevanje: Poznavanje najpomembnejših razredov specialnih funkcij in njihovih lastnosti. Poznavanje najpomembnejših uporab teh funkcij. Na primeru specialnih funkcij študent vidi enotnost matematike, oziroma tesno povezanost različnih matematičnih področij. Poudarjena je pomembnost pojma simetrije v teoriji diferencialnih enačb.

Uporaba: Reševanje nekaterih težjih matematičnih in fizikalnih problemov, katerih rešitve niso izrazljive z elementarnimi funkcijami.

Refleksija: Razumevanje teorije na podlagi uporabe. Razumevanje povezav med različnimi področji matematike na konkretnem primeru.

Prenosljive spretnosti – niso vezane le na en predmet: Sposobnost uporabe širokega spektra različnih funkcij in z njimi povezanih diferencialnih enačb pri reševanju matematičnih in nematematičnih problemov. Študentovo znanje sega izven relativno omejenega sveta elementarnih funkcij.

### **Intended learning outcomes:**

Knowledge and understanding: Familiarity with the most important classes of special functions. Understanding some important applications of these functions. Special functions provide a setting where elements of various mathematical fields merge into a unique theory. The fundamental importance of the notion of symmetry in the theory of differential equations is discussed.

Application: Solving of some advanced mathematical and physical problems whose solutions cannot be expressed in terms of the elementary functions.

Reflection: Mastering the theory through its applications. Understanding various connections among different mathematical theories.

Transferable skills: Ability to use a vast variety of special functions and of the related differential equations in solving mathematical and non-mathematical problems. Students extend their horizon beyond the relatively limited realm of the elementary functions.

**Metode poučevanja in učenja:**

Predavanja, vaje, seminarski projekti, domače naloge, konzultacije.

**Learning and teaching methods:**

Lectures, classes, seminar projects, homework, consultations

**Načini ocenjevanja:**

Način (domače naloge, pisni izpit, ustno izpraševanje, naloge, projekt):  
seminarski projekt

pisni izpit

ustni izpit

Ocene: 1-5 (negativno), 6-10 (pozitivno)  
(po Statutu UL)

Delež (v %) /

Weight (in %) /

20%

40%

40%

**Assessment:**

Type (written examination, oral examination, seminar project):  
seminar project

written exam

oral exam

Grading: 1-5 (fail), 6-10 (pass) (according to the Statute of UL)

**Reference nosilca / Lecturer's references:**

Miran Černe:

– ČERNE, Miran, FLORES, Manuel. Quasilinear  $\partial$ -equation on bordered Riemann surfaces. *Mathematische Annalen*, ISSN 0025-5831, 2006, vol. 335, no. 2, str. 379-403 [COBISS.SI-ID 13970777]

– ČERNE, Miran, FLORES, Manuel. Generalized Ahlfors functions. *Transactions of the American Mathematical Society*, ISSN 0002-9947, 2007, vol. 359, no. 2, str. 671-686 [COBISS.SI-ID 14227801]

– ČERNE, Miran, ZAJEC, Matej. Boundary differential relations for holomorphic functions on the disc. *Proceedings of the American Mathematical Society*, ISSN 0002-9939, 2011, vol. 139, no. 2, str. 473-484 [COBISS.SI-ID 15710553]

Janez Mrčun:

– MRČUN, Janez. Functoriality of the bimodule associated to a Hilsum-Skandalis map. *K-theory*, ISSN 0920-3036, 1999, let. 18, št. 3, str. 235-253 [COBISS.SI-ID 9163353]

– MOERDIJK, Ieke, MRČUN, Janez. *Introduction to foliations and Lie groupoids*, (Cambridge studies in advanced mathematics, 91). Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003. IX, 173 str., ilustr. ISBN 0-521-83197-0 [COBISS.SI-ID 12683097]

- MOERDIJK, Ieke, MRČUN, Janez. Lie groupoids, sheaves and cohomology. V: EuroSchool PQR2003 on Poisson geometry, deformation quantisation and group representations, Université Libre de Bruxelles, June 13-17, 2003. GUTT, Simone (ur.), RAWNSLEY, John Howard (ur.), STERNHEIMER, Daniel (ur.). Poisson geometry, deformation quantisation and group representations, (London Mathematical Society lecture note series, ISSN 0076-0552, 323). Cambridge [etc.]: Cambridge University Press, cop. 2005, str. 147-272 [COBISS.SI-ID 13657689]

Pavle Saksida:

- SAKSIDA, Pavle. Integrable anharmonic oscillators on spheres and hyperbolic spaces. Nonlinearity, ISSN 0951-7715, 2001, vol. 14, no. 5, str. 977-994 [COBISS.SI-ID 10942809]

- SAKSIDA, Pavle. Lattices of Neumann oscillators and Maxwell-Bloch equations. Nonlinearity, ISSN 0951-7715, 2006, vol. 19, no. 3, str. 747-768 [COBISS.SI-ID 13932377]

- SAKSIDA, Pavle. On zero-curvature condition and Fourier analysis. Journal of physics. A, Mathematical and theoretical, ISSN 1751-8113, 2011, vol. 44, no. 8, 085203 (19 str.) [COBISS.SI-ID 15909465]