Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

# Izbirni predmeti na magistrskih programih Oddelka za matematiko FMF

Študijsko leto 2016 / 2017

Ljubljana, 2016

# Seznam izbirnih predmetov v letu 2016/17

| Skupina | Predmet | Izvajalec | Semester |
|---|---|---|---|
| M1 | Analitična mehanika | George Mejak | zimski |
| | Uvod v funkcionalno analizo | Roman Drnovšek | poletni |
| | Parcialne diferencialne enačbe | Pavle Saksida | poletni |
| M2 | Nekomutativna algebra | Matej Brešar | zimski |
| | Teorija grafov | Sandi Klavžar | zimski |
| | Izbrana poglavja iz diskretne matematike | Primož Potočnik | zimski |
| M3 | Diferencialna geometrija | Pavle Saksida | zimski |
| | Uvod v algebraično geometrijo | Anita Buckley, Tomaž Košir | zimski |
| | Algebraična topologija 1 | Sašo Strle | poletni |
| M4 | Numerična integracija in navadne dif. enačbe | Emil Žagar | zimski |
| | Numerične metode za lin. sisteme upravljanja | Bor Plestenjak | poletni |
| | Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje | Marjetka Krajnc | poletni |
| M5 | Finančna matematika 2 | Mihael Perman | zimski |
| | Optimizacija v financah | Dejan Velušček | zimski |
| | Verjetnost 2 | Janez Bernik | zimski |
| | Aktuarska matematika – življ. zavarovanja | Ermanno Pitacco | poletni |
| | Finančna matematika 3 – teorija obrestnih mer | Jószef Gáll | poletni |
| | Izbrana poglavja iz teorije iger | Jernej Čopič | poletni |
| R1 | Matematika z računalnikom | Alex Simpson | poletni |
| | Simbolno računanje | Marko Petkovšek | zimski |
| | Računska geometrija | Sergio Cabello | poletni |
| | Teorija izračunljivosti | Alex Simpson | zimski |
| | Izbrana poglavja iz računalniške matematike | Riste Škrekovski | poletni |
| O | Matematični modeli v biologiji | Barbara Boldin | poletni |
| | Moderna fizika | Peter Križan | poletni |
| | Astronomija | Tomaž Zwitter | oba |

# Analitična mehanika

**George Mejak**

**Vsebina:** Predmet analitična mehanika nadgrajuje vsebine predmeta Mehanika I. Nadgradnja temelji na vpeljavi novih principov, ki omogočajo enotno obravnavo mehanskih problemov, ki je neodvisna od posameznih podrobnosti problema. Vsebinsko je predmet razdeljen na Lagrangeevo in Hamiltonovo mehaniko. Abstraktno gledano je Lagrangeeva mehanika analiza na tangentnem svežnju, Hamiltonova pa na kotangentnem. Namen predmeta je spoznati te abstraktne pojme s pomočjo relativno enostavnih primerov klasične mehanike. Študent tako pri predmetu spozna nova orodja in metode, ki so v okviru predmeta večinoma uporabljene za reševanje problemov klasične mehanike, kjer Newtonova, Lagrangeeva in Hamiltonova mehanika sovpadajo, hkrati pa ta orodja in metode predstavljajo temeljno znanje za proučevanje statistične mehanike, kvantne mehanike in ostalih področij moderne fizike. Iz teh metod, ki so se prvič uporabile v klasični mehaniki, so se tekom razvoja matematike razvila samostojna področja, kot sta na primer analiza na mnogoterostih in teorija Liejevih grup. Reševanje enačb, ki jih dobimo pri analitični mehaniki, pa je pripeljalo do razvoja numerične matematike. Pomen predmeta je tudi povezovalen, pri njem se srečamo s številnimi matematičnimi področji v okviru enega predmeta, posamezni abstraktni matematični rezultati pa dobijo svoj pomen pri reševanju konkretnih nalog.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Za razumevanja predmeta je potrebno znanje linearne algebre, analize funkcij več spremenljivk in navadnih diferencialnih enačb.

**Izvedba (3/2):** Predavanja, domače naloge in vaje. Na predavanjih teorija in osnovni primeri, na vajah dodatni primeri in diskusija domačih nalog. Ocena: pisni del domače naloge, ustni njihov zagovor.

# Uvod v funkcionalno analizo

**Roman Drnovšek**

**Vsebina:** Spoznamo osnovne pojme teorije Hilbertovih prostorov in linearnih operatorjev med njimi. Precej pozornosti posvetimo kompaktnim operatorjem, ki imajo podobne lastnosti kot operatorji na končnorazsežnih prostorih. Dobljene rezultate uporabimo pri reševanju Sturm-Liouvilleovega problema, ki se pojavlja pri več fizikalnih problemih, na primer pri opisu gibanja nihajoče strune.

V zadnjem delu predmeta pokukamo v teorijo normiranih prostorov, ki so posplošitev Hilbertovih prostorov. Obravnavamo končnorazsežne normirane prostore in kvociente normiranih prostorov. Pri obravnavi linearnih funkcionalov dokažemo Hahn-Banachov izrek in nekatere njegove posledice. Predmet zaključimo z Mazur-Ulamovim izrekom, ki pravi, da je bijektivna izometrija med normiranima prostoroma afina preslikava.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Osnove linearne algebre in matematične analize.

**Izvedba (3/2):** Predavanja in vaje. Namesto kolokvijev dve domači nalogi, ki se upoštevata pri oceni. Pisni izpit.

# Parcialne diferencialne enačbe

**Pavle Saksida**

**Vsebina:** Parcialne diferencialne enačbe so poglavje, ki igra zelo pomembno vlogo tako v teoretični kot uporabni matematiki. So nepogrešljivo orodje pri vseh naravoslovnih znanostih, od fizike do biologije, v vseh vejah inženirstva, v znatni meri pa tudi pri družboslovnih vedah, zlasti v ekonomiji.

Pri predmetu bodo študenti spoznali nekatera pomembna teoretična poglavja pa tudi nekaj netrivialnih uporab diferencialnih enačb. Predstavljena bo Sturm-Liouvilleova teorija, ki je daljnosežna posplošitev Fourierove analize in je močno orodje pri reševanju linearnih enačb. Predstavljeno bo tudi reševanje linearnih enačb poljubnega števila spremenljivk s pomočjo integralskih jeder oziroma Greenovih funkcij. S tema metodama bomo reševali nekatere najpomembnejše linearne parcialne diferencialne enačbe: valovno, toplotno, Laplaceovo in Schrödingejevo enačbo. Ogledali si bomo tudi nekatere realne fenomene (npr. difuzijo, disperzijo, ohranjevanje nekaterih količin, ...), ki jih lahko modeliramo s temi enačbami. Linearne enačbe pogosto podajajo zadovoljiv opis realnosti, največkrat pa je ta opis preveč poenostavljen in slabo opisuje obravnavane sisteme. Tudi problemi v mnogih vejah matematike (npr. v diferencialni geometriji) so v glavnem nelinearni. V takih primerih je treba poseči po nelinearnih diferencialnih enačbah. Loma valov na primer ne moremo opisati z nelinearno valovno enačbo, imamo pa nelinearne valovne enačbe, ki ta fenomen dobro modelirajo. Predstavljeni bodo nekateri osnovni načini obravnave nelinearnih diferencialnih enačb. Če bo čas dopuščal in/ali če bodo slušatelji zaineresirani, bomo spoznali še s kakšno sodobno metodo numeričnega reševanja parcialnih diferencialnih enačb.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Za spremljanje predmeta je potrebno razumevanje snovi predmetov Analiza III in Analiza IV s prve stopnje bolonjskega študija matematike.

**Izvedba (3/2):** Predmet se bo izvajal na običajen način s predavanji in vajami. Pisni del izpita bo sestavljen iz domačih nalog. Po opravljenem pisnem delu izpita bo potrebno opraviti še ustni izpit.

# Nekomutativna algebra

**Matej Brešar**

**Vsebina:** Obravnavani bodo nekomutativni kolobarji in nekomutativne algebre. Uvodni del bo namenjen končno razsežnim algebram, jedro predmeta pa bo klasična strukturna teorija kolobarjev. Ob tem se bo študent seznanil s pojmi, ki se ne pojavljajo le v algebri, ampak tudi na nekaterih drugih matematičnih področjih (npr. v funkcionalni analizi, teoriji operatorjev in še kje). Predmet bo tako zelo koristen za študente, ki bi se želeli usmeriti v teoretično matematiko. Zanimiv pa bo tudi za vse, ki jih algebra veseli in bi želeli njeno znanje nadgraditi ter osvetliti znane pojme iz prvostopenjskega študija v novi luči.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Potrebno je znanje iz predmetov Algebra 1, 2 in 3. Zahtevnejšim pojmom bo namenjena kratka ponovitev.

**Izvedba (3/2):** Izpit bo sestavljen iz domačih nalog in ustnega izpita. Naloge bodo po zahtevnosti različne. Večina bo lažjih ali vsaj takih, da bodo zahtevale le razumevanje snovi iz predavanj. Nekatere bodo težje, kaka naloga pa bo dodana kot izziv za najbolj motivirane študente. Zato se ne bo pričakovalo, da bi študenti morali rešiti prav vse naloge. Pogoj za pristop k ustnemu izpitu bo vsaj pol rešenih nalog.

# Teorija grafov

**Sandi Klavžar**

**Vsebina:**

- Prirejanja in faktorji (največja in popolna prirejanja, Tuttov izrek; prirejanja v dvodelnih grafih; neodvisne množice in pokritja, Gallaijev izrek)
- Povezanost (2-povezani grafi, ušesna dekompozicija; $k$-povezanost, Mengerjev izrek; povezanost digrafov, Mengerjev izrek za digrafe)
- Barvanja grafov (meje za kromatično število, Brooksov izrek; struktura $k$-kromatičnih grafov, Turanov izrek; kromatični polinom; tetivni in popolni grafi)
- Ravninski grafi (osnovi pojmi in rezultati, dualni grafi in triangulacije; izrek Kuratowskega in konveksne vložitve; barvanja ravninskih grafov in prekrižno število)
- Dominacija v grafih (meje za dominantno število; dominacija v kartezičnih produktih grafov in Vizingova domneva, izrek Clarka in Suena)

Temeljna literature:

- A. Bondy, U.S.R. Murty: Graph Theory, Springer, Berlin, 2008.
- W. Imrich, S.Klavžar, D.F. Rall, Topics in Graph Theory: Graphs and Their Cartesian Product, A K Peters/CRC Press, Wellesley, 2008.
- D. West: Introduction to Graph Theory, Prentice Hall, Upper Saddle River, 2005.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Poznavanje osnov teorije grafov in kombinatorike v okviru vsebin predmeta prve stopnje Diskretna matematika 1.

**Izvedba (3/2):** Predavanja in vaje. Po opravljenem pisnem izpitu (ali 2 kolokvija namesto izpita iz vaj) je potrebno opraviti še ustni del izpita.

# Izbrana poglavja iz diskretne matematike

**Primož Potočnik**

**Vsebina:** Letos bomo pri predmetu *Izbrana poglavja iz diskretne matematike* govorili o algebraičnih prijemih v diskretni matematiki, še posebej teoriji grafov. Algebra, še posebej linearna algebra in teorija grup, se v diskretni matematiki pojavi v najrazličnejših preoblekah. Linearna algebra se prikrade, brž ko opazujemo incidenčne matrike kombinatoričnih objektov, grupe postanejo nepogrešljive, ko nas zanimajo simetrijske lastnosti, polinomi nam pomagajo določati kromatično število grafa ipd.

Snov se bo v veliki meri nanašala na algebraične vidike teorije grafov, kjer se bomo naslonili na klasični učbenik Gordona Royla in Chrisa Godsila z naslovom *Algebraic Graph Theory* (dostopno v knjižnici FMF). Pri ostalih temah se bomo naslonili na nakatere druge študijske vire.

Kljub temu, da ta predmet tvori s predmetom *Teorija grafov* lepo zaokroženo celoto, sta ta dva predmeta med seboj neodvisna, tako da študent lahko brez skrbi izbere bodisi oba ali pa le enega od obeh.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Za lagodno sledenje predmetu bo potrebno osvežiti predvsem snov obveznih algebraičnih in diskretnih predmetov prve stopnje (bodisi programa matematika bodisi programa IŠRM), še posebej pa poznavanje osnovnih pojmov iz teorije grafov (kaj je graf, sprehodi v grafih, povezanost, dvodelnost, barvanja ipd.), osnov linearne algebre (vektorski prostori, linearne preslikave, lastne vrednosti in lastni vektorji) ter osnov teorije grup (aksiomi grupe, podgrupe in edinke, kvocientne grupe, izreki o izomorfizmu, delovanje grupe na množici).

**Izvedba (3/2):** Predmet bo izvajan v obliki predavanj (3 ure tedensko) in vaj (2 uri tedensko). Izpit bo potekal v pisni obliki (reševanje nalog) z ustnim zagovorom.

# Diferencialna geometrija

**Pavle Saksida**

**Vsebina:** Diferencialna geometrija je eno od osnovnih matematičnih področij, ki je pomembno tako v teoretični kot tudi v uporabni matematiki. Še posebej je diferencialna geometrija pomembna v fiziki. Splošne teorije relativnosti verjetno ni možno popolnoma razumeti brez razumevanja diferencialno geometrijskih pojmov povezave in ukrivljenosti.

Medtem, ko je Gaussova ukrivljenost ploskve relativno enostaven pojem, je ustrezna količina za $n$-dimenzionalno gladko mnogoterost z metriko precej bolj zapletena. Pri predmetu bodo študenti spoznali matematične vsebine in orodja, ki so potrebna za opis in razumevanje ukrivljenosti v $n$ dimenzijah. S tem orodjem bomo lahko opisali tudi druge pomembne geometrijske pojme, kot so npr. geodetske krivulje v $n$-dimenzionalnih mnogoterostih. S konstrukcijo Chernovih razredov bomo posegli tudi na povezavo med geometrijo in topologijo.

Osnovni pojem, potreben za opis ukrivljenosti v $n$ dimenzijah, je kovariantni odvod oziroma povezava. Teorijo povezav (kovariantnih odvodov) bomo predstavili v precej splošnem kontekstu. Razumevanje te teorije je nujno pri kasnejšem študiju večine sodobnih matematičnih teorij, ki so vezane na geometrijo (topološke invariante mnogoterosti Donaldsona, Seiberga in Wittena, Donaldsona in Thomasa, geometrijski Langlandsov program in druge teorije na presečišču diferencialne in algebraične geometrije). Teorija kovariantnih odvodov ima tudi veliko različnih pomembnih in zanimivih uporab v sodobni fiziki.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Potrebno je solidno razumevanje osnovne teorije navadnih in parcialnih diferencialnih enačb ter pojma Gaussove ukrivljenosti. Koristno, vendar ne nujno, je poznavanje vsebine predmeta Uvod v diferencialno geometrijo.

**Izvedba (3/2):** Pisni izpit v obliki domačih nalog. Ustni izpit iz teorije.

# Uvod v algebraično geometrijo

**Anita Buckley, Tomaž Košir**

**Vsebina:** Študent se spozna z osnovnimi pojmi in izreki algebraične geometrije ter metodami za izračune osnovnih invariant. Spozna tudi številne zglede algebraičnih množic, to je raznoterosti, ki jih bo srečal pri drugih predmetih.

- Uvod v Groebnerjeve baze.
- Afine raznoterosti. Kolobar polinomskih preslikav na raznoterosti. Racionalne preslikave.
- Hilbertov izrek o ničlah. Dimenzija.
- Projektivne raznoterosti. Regularne in racionalne preslikave.
- Preslikave med raznoterostmi. Odpravljanje singularnosti.
- Hilbertov polinom in Hilbertova funkcija.
- Klasične konstrukcije - sekantne raznoterosti, Grassmannove raznoterosti, deteremi-nantne raznoterosti, Segrejeve raznoterosti, produkt raznoterosti.
- Tangentni prostor, tangentni stožec.
- Delitelji na raznoterostih. Linearni sistemi. Projektivne vložitve raznoterosti.
- Riemann-Rochov izrek.

Pridobljena znanja se uporabljajo na vseh področjih matematike in uporabe matematike, kjer študiramo geometrične objekte, v teoriji števil, v teoretični fiziki, in tudi drugje. Predmet se dopolnjuje s predmetom Komutativna algebra na 2. stopnji študija Matematike. Predmeta sta zasnovana neodvisno in se ju lahko opravlja v poljubnem zaporedju ali samo enega od obeh.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Pri predmetu so potrebna znanja pridobljena na prvi stopnji pri predmetih Algebra 1, 2 in 3. Znanja iz predmetov Afina in projektivna geometrija ali Algebraične krivulje so koristna, niso pa obvezna.

**Izvedba (3/2):** Predmet se izvaja na običajen način s predavanji in vajami. Študenti bodo med letom dobili domače naloge, ki se upoštevajo pri končni oceni. Ob koncu semestra bo pisni izpit in ustni zagovor.

**Temeljna literatura:**


- B. Hassett: *Introduction to algebraic geometry*, Cambridge Univ. Press, 2007.
- I. Shafarevich: *Basic Algebraic Geometry I : Varieties in Projective Space*, Springer, 2nd edition, Berlin, 1994.

# Algebraična topologija 1

**Sašo Strle**

**Vsebina:** Cilj topologije je razumeti prostore do homeomorfizma natančno, vendar je to v splošnem pretežek problem, saj tega algoritmično ni mogoče narediti niti za sklenjene mnogoterosti (dimenzije vsaj 4). Zato prostore najprej razlikujemo z bolj grobimi relacijami, ki jih še naprej poenostavimo s pomočjo algebraičnih invariant – števil ali bolj kompliciranih algebraičnih objektov, ki jih priredimo prostorom, kot so ovojno število, Eulerjeva karakteristika, fundamentalna grupa ...

Izračun algebraičnih invariant je običajno preprostejši za prostore, ki so sistematično zgrajeni iz preprostih kosov. Ogledali si bomo *poliedre* (in pripadajoče simplicialne komplekse), ki so posplošitev predstavitve prostora kot unije točk, daljic in trikotnikov, ki se sekajo le v skupnih stranicah in ogliščih, na višje dimenzije, ter *CW komplekse*, ki so splošnejši tip prostorov, dobljeni induktivno z lepljenjem krogel vzdolž robu na že zgrajeni prostor. Po drugi strani lahko večino algebraičnih invariant prostora definiramo za splošne prostore – primer take invariante je *fundamentalna grupa*, ki meri, kdaj lahko krožnico v prostoru zvezno deformiramo v točko. To nam da torej podatek o "'luknjah"' v prostoru – manjkajoči točki v ravnini, manjkajoči premici ali krožnici v tri-razsežnem prostoru ... S pomočjo fundamentalne grupe lahko npr. vprašanje klasifikacije prostorov v prvem koraku zožimo na vprašanje klasifikacije možnih fundamentalnih grup, od koder sledi zgoraj omenjeni rezultat o nemožnosti efektivne klasifikacije mnogoterosti. Po drugi strani je fundamentalna grupa tesno povezana s krovnimi prostori danega prostora – ta zveza je topološka analogija zvezi med razširitvijo obsega in njeno Galoisovo grupo. Obravnavali bomo tudi homološke grupe prostora (s pripadajočo homološko algebro), ki v grobem merijo, kdaj sfera v prostoru (ne) omejuje. Tudi te zaznavajo luknje v prostoru, vendar so algebraično preprostejše od fundamentalne grupe, saj so abelove.

Izkaže se da algebra ni le orodje, s katerim dobimo topološke informacije, ampak lahko teorijo uporabimo tudi v drugo smer in dokažemo kak zanimiv algebraični rezultat, npr. da je vsaka podgrupa proste grupe prosta in da je prosta grupa $F_n$ na $n$ generatorjih podgrupa v $F_2$.

Metode algebraične topologije so pomembne tudi v uporabi, npr. za prepoznavanje karakterističnih lastnosti prostorov, za katere poznamo le množico numeričnih podatkov, ki predstavljajo vzorec točk prostora. To je osnova računske topologije. Spoznali bomo tudi osnove homologije Hovanova, ki je primer homologije vloženih podprostorov (spletov).

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Med pričakovana znanja sodi snov pri predmetih Splošna topologija in Algebra 2 (teorija grup), delno pa tudi snov predmeta Uvod v geometrijsko topologijo (kvocientni prostori in mnogoterosti), ki jo je mogoče nadoknaditi.

Predmet se povezuje s predmeti, katerih cilj je razumeti globalne lastnosti geometričnih objektov, kot so Algebraična geometrija, Liejeve grupe, Analiza na mnogoterostih in Diferencialna geometrija ter seveda Algebraična topologija 2.

**Izvedba (3/2):** Predmet se bo izvajal s predavanji in vajami, preverjanje znanja s pisnim in ustnim izpitom.

## Numerična integracija in navadne diferencialne enačbe

**Emil Žagar**

**Vsebina:** Predmet obravnava snov, ki v uporabno smer nadgrajuje poznavanje matematike na področju integracije in reševanja navadnih diferencialnih enačb. Slušatelja vpelje v numerične metode, njihovo analizo in implementacijo ter spozna s praktičnimi problemi, kjer se posamezni pristopi posebej odlikujejo. S tem nudi dobro podporo reševanju raznovrstnih praktičnih problemov na tehničnem, finančnem, družboslovnem in drugih področjih.

Obravnavane bodo naslednje teme: numerično odvajanje, Newton-Cotesova pravila in njihova nadgradnja, Gaussova pravila, singularni integrali, integracija v več spremenljivkah, metode tipa Monte Carlo. Reševanje navadnih diferencialnih enačb, začetni problemi, enočlenske metode in veččlenske metode, toge diferencialne enačbe in hamiltonski sistemi. Robni problemi, diferenčna metoda, metoda končnih elementov, kolokacija. Problemi lastnih vrednosti.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Koristno je znanje snovi predmeta *Numerična aproksimacija in interpolacija.*

**Izvedba (3/2):** Predavanja in vaje. Načrtovan izpitni režim: domači nalogi, pisni in ustni izpit. Domači nalogi se upoštevata pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

# Numerične metode za linearne sisteme upravljanja

**Bor Plestenjak**

**Vsebina:** Ukvarjali se bomo z linearnimi sistemi upravljanja oziroma kontrolnimi sistemi. Splošna oblika je

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

za $t \geq t_0$ z začetnim stanjem $x(t_0) = x_0$. Pri tem je $A$ matrika stanja, $B$ vhodna matrika, $C$ izhodna matrika, $D$ prehodna matrika, $x(t)$ vektor stanj, $u(t)$ vhodni signal in $y(t)$ izhodni signal. S to obliko lahko npr. opišemo delovanje klimatske naprave, avtopilota v letalu in drugih sistemov, kjer se mora sistem avtomatično prilagajati zunanjim podatkom, da se bo izhodni signal čim bolj ujemal z željenim.

Poudarek bo na numeričnih metodah, ki jih potrebujemo pri analizi in reševanju linearnih sistemov upravljanja. Zanimal nas bo razvoj stabilnih in učinkovitih numeričnih algoritmov za matrične probleme, ki nastopajo na tem področju. Pri tem bomo uporabljali orodja iz numerične linearne algebre in algoritme preizkušali v programih Matlab in Octave.

Med drugim se bomo ukvarjali z numeričnimi metodami in teorijo, ki jo potrebujemo za obravnavo naslednjih problemov:

- računanje eksponentne funkcije matrike $M(t) = e^{At}$,
- reševanje Ljapunove matrične enačbe $XA + A^T X = C$,
- reševanje Sylvestrove matrične enačbe $XA + BX = C$,
- reševanje Riccatijeve matrične enačbe $XA + A^T X + XBR^{-1}B^T X + Q = 0$.

**Ključne besede:** Linearni sistem upravljanja, matrika stanja, stabilnost, vodljivost, spoznavnost, odprtozančni in zaprtozančni sistemi, Ljapunova enačba, Sylvestrova enačba, Riccatijeva enačba, Bartels-Stewartov algoritem, stabilizacija sistema, razporejanje polov.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Vse potrebno predznanje dobite pri obveznih numeričnih predmetih na 1. stopnji. Prav vam pride (gre pa tudi brez tega, saj bo predavatelj ponovil glavne zadeve) tudi znanje predmeta Numerična linearna algebra.

**Izvedba (3/2):** 2 domači nalogi se upoštevata pri oceni pisnega dela izpita, po opravljenem pisnem delu izpita je potrebno opraviti še ustni izpit.

**Ostalo:** Predmet je namenjen vsem, ki jih zanima praktično reševanje matematičnih problemov in delo z računalnikom. Tudi t.i. teoretični matematiki boste pri tem predmetu prišli na svoj račun, saj moramo za razvoj algoritmov in študij njihove stabilnosti nadgraditi linearno algebro s številnimi teoretičnimi rezultati. Več informacij o predmetu lahko najdete na spletni strani

`http://www-lp.fmf.uni-lj.si/plestenjak/vaje/NMLSU/nmlsu.htm`

ali preko elektronske pošte, seveda pa se lahko tudi osebno oglasite pri predavatelju.

## Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje

**Marjetka Krajnc**

**Vsebina:** Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje oz. krajše CAGD (Computer Aided Geometric Design) je moderno področje na meji med matematiko in računalništvom. Gre za razvoj in študij matematičnih metod za predstavitev in delo s krivuljami, ploskvami in telesi. Daje nam osnove za računalniško podprto oblikovanje (CAD), proizvodnjo (CAM) in delo s parametričnimi krivuljami, ploskvami in telesi v industriji (načrtovanje oblike izdelkov, vodenje robotov, strojna proizvodnja izdelkov, modeliranje in simulacije). Pri predmetu se bomo najprej spoznali z Bézierovimi krivuljami, ki predstavljajo osnovno orodje v CAGD. Ogledali si bomo njihove lastnosti ter algoritme za delo z njimi. V nadaljevanju bomo obravnavali Bézierove zlepke, racionalne Bézierove krivulje ter krivulje B-zlepkov. Znanje bomo posplošili tudi na ploskve, pri čemer bomo obravnavali Bézierove ploskve iz tenzorskega produkta ter trikotne Bézierove krpe.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Posebno predznanje ni potrebno. Zaželjen je predhodno opravljen izbirni predmet Numerična aproksimacija in interpolacija.

**Izvedba (3/2):** Predmet se bo izvajal s 3 urami predavanj in 2 urama vaj v računalniški učilnici. Načrtovan izpitni režim: pisni izpit, domača naloga/projekt ter ustni izpit.

# Finančna matematika 2

**Mihael Perman**

**Vsebina:**

1. Sredstva iz analize in verjetnosti.
1.1 Funkcije z omejeno totalno variacijo.
1.2 Lebesgue-Stiltjesov integral.
1.3 Konvergenca v $L^2$ prostorih.
1.1 Maksimalne neenakosti za diskretne martingale.
2. Brownovo gibanje.
2.1 Motivacija in definicija.
2.2 Markovska in krepka markovska lastnost, princip zrcaljenja.
2.2 Brownovi martingali.
2.3 Martingali v zveznem času, kvadratična variacija.
2.4 Izrek o opcijskem ustavljanju v zveznem času.
3. Itôv integral.
3.1 Konstrukcija, Itôva izometrija, osnovne lastnosti.
3.2 Itôva lema in uporabe.
3.2 Lokalizacija in lokalni martingali.
3.2 Integral glede na lokalni martingal
3.2 Splošna Itôva formula.
4. Vrednotenje izvedenih vrednostnih papirjev.
4.1 Black-Sholesov model.
4.2 Varovanje v zveznem času.
4.3 Zamenjava mere, izrek Girsanova.
4.4 Izrek o martingalski reprezentaciji.
4.5 Eksplicitni primeri vrednotenja opcij.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Analiza 2: parcialno odvajanje, integracija funkcij več spremenljivk in integrali s parametrom. Verjetnost: neodvisnost, pričakovana vrednost, osnovne porazdelitve, pogojne porazdelitve in pogojna pričakovana vrednost, diskretni martingali. Teorija mere: abstraktni integral, izreka o monotoni in dominirani konvergenci, Fubinijev izrek, Radon-Nikodýmov izrek, $L^p$ prostori. Finančna matematika 1: modeli gibanja cen, definicija izvedenih vrednostnih papirjev, princip ene cene, ekvivalentne mere in kompletnost modelov.

**Izvedba (3/2):** Predmet ima običajno strukturo izvajanja s predavanji in vajami. Študenti morajo opraviti pisni izpit, ki ima utež 60% v celotni oceni. Drugi del obveznosti z utežjo 40% je seminarska naloga. Ustni izpit je po želji, če kdo želi popraviti oceno.

# Optimizacija v financah

**Dejan Velušček**

**Vsebina:**

*Linearno Programiranje*: Teorija in algoritmi, metoda simpleksov, metode notranjih točk. Linearni modeli v financah: osnovni izrek o vrednotenju, vrednotenje izvedenih finančnih instrumentov v odsotnosti arbitraže, uporaba linearnega programiranja pri klasifikaciji podatkov ipd.

*Kvadratično programiranje*: Pogoj optimalnosti, dualnost, metode notranjih točk, programska orodja za praktično reševanje. Finančni modeli: različni načini izbire in upravljanja portfelja, maksimiziranje Sharpeovega razmerja, mean-variance optimizacija idr.

*Stohastično programiranje*: Uporaba stohastičnih modelov, modeliranje ob upoštevanju negotovosti, metode za reševanje. Primeri finančnih modelov: izbor in upravljanje s portfelji, optimizacija z izogibanjem tveganja...

*Dinamično programiranje*: Pregled teorije in osnovnih metod za reševanje, dinamično programiranje v diskretnem in zveznem času, zvezni prostor stanj, optimalno upravljanje. Primeri finančnih modelov: dinamična analiza portfelja, problem optimalnega ustavljanja idr.

*Optimizacija na stožcih*: Pregled teorije in praktičnih algoritmov. Finančni modeli: arbitraža z minimalnim tveganjem, aproksimacija kovariančnih matrik idr.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Predmet nadgrajuje in dopolnjuje snov predmeta Optimizacijske metode, po vsebini pa se dotika še predmetov Operacijske raziskave, Finančna matematika in Numerične metode.

**Izvedba (3/2):** Predmet se izvaja na običajen način s predavanji, seminarji in vajami. V okviru seminarskih ur bomo gostili strokovnjake iz prakse. Študenti bodo med letom dobili domače naloge/projekte, ki se upoštevajo pri končni oceni. Ob koncu semestra bo pisni izpit in ustni zagovor.

**Literatura:** Zapiski, knjige in članki priporočeni s strani predavatelja.

# Verjetnost 2

**Janez Bernik**

**Vsebina:** Pri predmetu bomo obravnavali nekatere posebne verjetnostne vsebine, pri katerih ni potrebno globoko teoretično predznanje, so pa pomembne za uporabo. Poudarek bo predvsem na ergodični teoriji.

Prva tretjina predmeta bo posvečena markovskim verigam v diskretnem času. Gre za zaporedja diskretnih slučajnih spremenljivk, ki so med seboj odvisna na poseben, "markovski" način. Vrednostim, ki jih te spremenljivke lahko zavzamejo, pravimo stanja verige. Pri dokazovanju ergodičnih lastnosti se bomo spomnili nekaterih znanj o matrikah (in jih nadgradili), pri študiju odnosov med stanji pa bomo uporabili tudi nekaj teorije grafov.

V drugi tretjini predmeta bomo študirali markovske verige z zveznim časom. Najpomembnejši primer takih verig so rojstno smrtni procesi. Pri študiju lastnosti bodo pomembna znanja iz prvega poglavja. Do teh procesov vodi več poti. Ker vselej zadoščajo ti. naprejšnjemu in nazajšnjemu sistemu diferencialnih enačb Kolmogorova, jih lahko dobimo kot rešitve teh enačb. Vsa znanja iz teorije diferencialnih enačb, ki jih bomo pri tem potrebovali, bomo sproti obdelali.

V četrtem poglavju si bomo ogledali uporabo teh teorij. Najprej se bomo posvetili čakalnim sistemom, ki sodijo v širše področje operacijskih raziskav in pomenijo še zmerom eno najpomembnejših uporab teorije (predvsem) rojstno smrtnih procesov. Nato si bomo ogledali nekatere pomembne algritme ti. metode MCMV (Monte Carlo markovskih verig), to so predvsem Gibbsov algoritem in algoritmi tipa Metropolis-Hastings. Gre za algoritme, ki računajo vrednosti finančnih instrumentov, pri dokazovanju konvergence teh algoritmov pa bomo bistveno uporabili ergodične lastnosti. Kot statistično podlago uporabljajo ti algoritmi Bayesov pristop (in ne frekventističnega). Ko so se v devetdesetih letih prejšnjega stoletja statistiki začeli zavedati pomena teh in nekaterih drugih algoritmov, je to povzročilo bistvene spremembe v odnosih med različnimi oblikami statističnega premišljevanja.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Verjetnostni račun I in Statistika I oziroma Verjetnost in statistika.

**Izvedba (3/2):** Iz teoretičnih vsebin predmeta opravi vsak študent teoretične teste in kolokvij, iz bolj uporabnih pa domačo nalogo ali seminarsko nalogo.

# Aktuarska matematika - življenjska zavarovanja
# Actuarial Mathematics - Life Insurance

**Prof. Ermanno Pitacco, Professore Ordinario, Dipartimento di scienze economiche, aziendali, matematiche e statistiche, Facoltá di Economia, Universitá degli studi di Trieste, Italia**

**Language of the course:** English

**Content:**
1. Multiple state models for life and other contingencies: the time-continuous approach. States and transitions. Benefits and premiums. Examples. The time-continuous Markov model. Examples. The semi-Markov model. Splitting of states. Finding transition probabilities. Increment-decrement tables. Actuarial values of benefits. Premiums and reserves. Examples. Distributions of random present values.
2. Multiple state models for life and other contingencies: the time-discrete approach. The time-discrete Markov model. Examples. Splitting of states. Actuarial values, premiums and reserves. Emerging costs; profit testing.
3. Indexing benefits in insurance packages. Linking benefits and premiums to some index. A formal statement. Practical aspects of benefit indexing in insurance packages. Some examples. Some numerical examples.
4. Dynamics in transition intensities. Projecting mortality and other intensities. The longevity risk.

**Literature:**
Haberman S., Pitacco E. (1999). *Actuarial models for disability insurance*, CRC Press.
Pitacco E. (2004). *"Disability Insurance, Numerical Methods"*, in: J. L. Teugels, B. Sundt (Eds.), *Encyclopedia of Actuarial Science*, J. Wiley & Sons, vol. 1: 541-548.
Pitacco E., Denuit M., Haberman S., Olivieri A. (2009). *Modelling longevity dynamics for pensions and annuity business*, Oxford University Press.

**Prerequisites:** It is required that you passed a course in probability theory and statistics.

**Credit hours (3/2).**

# Finančna matematika 3 (teorija obrestnih mer)
# Financial Mathematics 3 (Interest Rate Theory)

**József Gáll, associate professor**
**Department of Applied Mathematics and Probability Theory,**
**Faculty of Informatics**
**University of Debrecen, Hungary,**
**jozsef.gall@inf.unideb.hu**

**Language of the course:** English

**The aim of the course:** The aim of the course is to discuss modern interest rate models, bond market structures and interest rate related financial assets, with special focus on forward interest rate models. Our aim is to discuss fundamental results of financial mathematics in this area and also to study some specific statistical and financial questions in such models.

**Content:** Basic notions, interest rates, yield curves, bond structures, LIBOR rates.
Some elementary models, short rate models, no-arbitrage in short rate models, Vasicek, Cox-Ingersoll-Ross, Hull-White models.
Forward interest rate models in discrete and continuous time settings. Classical cases, Heath-Jarrow-Morton (HJM) framework and forward rate models driven by random fields.
No arbitrage criteria and drift conditions, change of numeraire, martingale methods.
Some special topics: LIBOR models, defaultable bonds, pricing problems of certain interest rate derivatives.
Statistical questions in interest rate models, calibration methods, parameter estimation.

**Literature:**
[1] Björk, T. (1998), Arbitrage Theory in Continuous Time, Oxford University Press, Oxford New York.
[2] Brigo, D. and Mercurio, F. (2006), Interest Rate Models - Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit, Springer, Berlin Heidelberg New York.
[3] Jarrow, R. A. (1996), Modeling Fixed Income Securities and Interest Rate Options, The McGraw-Hill Companies, Inc., New York.
[4] Musiela, M. and Rutkowski, M. (1997), Martingale Methods in Financial Mod- eling, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
[5] Pelsser, A. (2000), Efficient Methods for Valuing Interest Rate Derivatives, Springer-Verlag, London.

**Prerequisites:** It is required that you passed a course (or courses) in probability theory, statistics and random processes, and recommended that you passed an introductory course in financial mathematics.

**Credit hours (3/2).**

# Izbrana poglavja iz teorije iger

**Jernej Čopič, UCLA, Los Angeles, ZDA**

(Učni načrt bo naknadno še dopolnjen)

**Vsebina:** Teorija iger je skupek matematičnih pristopov k modeliranju interaktivnih situacij, ki se pojavljajo v družbenih okoljih. Uporablja se predvsem za analizo mikroekonomskih problemov pa tudi kot orodje v financah in makroekonomski teoriji. Pri predmetu bomo najprej poglobili osnovne pojme teorije iger kot so pojmi ravnotežij, pojmi nepopolne informacije ter merila učinkovitosti. Pojmi ravnotežij s katerimi se bomo ukvarjali so: Nashevo ravnotežje, "subgame-perfect" Nashevo ravnotežje, ravnotežje v dominantnih strategijah, korelirano ravnotežje, Bayesovo Nashevo ravnotezje, dominantne strategije v nepopolni informaciji. Nepopolno informacijo bomo najprej opredelili po Harsanyiju (Bayesian beliefs), kjer se narava informacije ne razlikuje od igralca do igralca. Zatem bomo nepopolno informacijo opredelili še v modernejšem smislu kjer se narava informacije lahko razlikuje od igralca do igralca (robustness). Učinkovitost bomo merili kot Pareto učinkovitost in le-to opredelili tako v kontekstu popolne kot v kontekstu nepopolne informacije. Potem bomo obdelali nekaj klasicnih rezultatov, ki veljajo splošno: "No-trade theorem" (Milgrom and Stokey), izrek o neucinkovitosti "majhnih trgov" (Myerson and Satterthwaite), nezmožnost, da se igralci sporazumno nestrinjajo – "Agreeing to Disagree" (Aumann). Teorijo pri popolni informaciji bomo najprej aplicirali na volilne sisteme. Teorijo pri nepopolni informaciji bomo aplicirali še na analizo licitacij in pogajanj, potem pa bomo robustno teorijo aplicirali tudi na financne trge ter na makroekonomske efekte.

V nadaljevanju tečaja bomo obravnavali nekatere temeljne pojme kooperativne teorije iger, kot je Shaplyeva vrednost in Gale-Shaplyjev algoritem. Zatem bomo obravnavali še nekatere rezultate ekonomskih eksperimentov, ki komplementirajo standardno teorijo ali pa kažejo odklone od le-te.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Znanje teorije verjetnosti. Predznanje osnov teorije iger je v pomoč, ni pa obvezno.

**Izvedba (3/2):** Izpit iz vaj in izpit iz teorije.

# Matematika z računalnikom

**Alex Simpson**

**Vsebina:**
Spoznali bomo računalniška orodja, ki jih uporabljajo matematiki pri svojem delu: dokazovalni pomočniki, sistemi za simbolno računanje, orodja za analizo velikih omrežij, za risanje grafov, za delo z grupami, za računanje topoloških invariant ipd. Predmet je torej odlična osnova za vse, ki bodo v 21. stoletju reševali teoretične ali praktične matematične probleme.

Predmet bo potekal projektno. Študenti bodo izdelali vsak svoj projekt, ki bo izbran v skladu z njihovimi interesi. Poudarek bo na praktični uporabi obstoječih orodij, zato bodo študenti praviloma reševali konkretne matematične probleme z obstoječimi računalniškimi orodji. Kdor pa bo tako želel, bo lahko v sklopu svojega projekta tudi implementiral kak algoritem za matematično računanje.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Razen splošnega matematičnega znanja s prve stopnje študija matematike, ni zahtevano posebno predznanje.

**Izvedba(3/2):** Študent opravi predmet z izdelavo in kratko predstavitvijo svojega projekta.

# Izbrana poglavja iz računalniške matematike – simbolno računanje

**Marko Petkovšek**

**Vsebina:**

- Prepisovalni sistemi: redukcijske relacije, Newmanova lema, problem napolnitve.
- Operacije s polinomi: rezultante in podrezultante, modularna aritmetika, Henslov dvig, razcep in razstavljanje polinomov.
- Operacije s polinomskimi ideali: monomske urejenosti, Gröbnerjeve baze, reševanje sistemov algebraičnih enačb, uporaba v geometriji in robotiki.
- Reševanje diferenčnih enačb: polinomske rešitve, hipergeometrične rešitve, seštevanje v zaključeni obliki, avtomatsko dokazovanje identitet.
- Reševanje diferencialnih enačb: polinomske rešitve, hipereksponentne rešitve, integriranje v zaključeni obliki, avtomatsko dokazovanje identitet.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Osnove linearne in komutativne algebre ter programiranja.

**Izvedba (3/2):** Predavanja in vaje. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

# Računska geometrija

**Sergio Cabello**

**Vsebina:** Predmet obravnava osnovne algoritme računske geometrije. Računska geometrija se ukvarja z računskimi problemi, kjer imajo vhodni podatki geometrijski pomen. Podrobno bomo obravnavali naslednje probleme:

- Presečišča daljic. Algoritmi pometanja.
- Večkotniki in triangulacije večkotnikov.
- Konveksne množice. Algoritme za iskanje konveksne ovojnice točk v ravnini.
- DCEL. Problem določanja položaja.
- Voronojevi diagrami. Fortunov algoritem.
- Delaunayjeva triangulacija.
- Podatkovne strukture za točke.
- Dualnost in razporeditve.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Osnovno znanje o algoritmih in podatkovnih strukturah.

**Izvedba (3/2):**

- Obveznosti študentov: 4 domače naloge z zagovorom, sodelovanje pri seminarju in ustni izpit.
- Oblika seminarja bo odvisna od števila študentov: predstavitve novega materiala, predstavitve študentov ali skupno reševanje bolj zahtevnih nalog.
- Ocena bo sestavljena iz ocene domačih nalog, sodelovanja pri seminarju in ocene ustnega izpita.
- Na začetku predmeta se bomo dogovorili, ali bodo predavanja v angleškem ali slovenskem jeziku.

# Teorija izračunljvosti

**Alex Simpson**

**Outline:** Computation is something we take for granted in the modern world, with current computers appearing almost limitless in what they can do. In this course we shall see that, nonetheless, real limitations on what is computable exist. Moreover, these limitations are fundamental ones that will remain irrespective of whatever future improvements are made to computer technology. To achieve this we shall first see that the concept of *computability*, which characterises what is computable in principle, can be turned into a mathematical notion. There are several ways of approaching this, but all lead to the same canonical notion. Having understood the notion of computability, mathematical problems divide naturally into two classes: those for which an answer can be computed (the *decidable* problems); and those whose answer cannot be attained by computation alone (the *undecidable* problems). Turing's notorious *halting problem* is the archetypal problem in the latter class. Many other famous mathematical problems reside in this class as well.

The standard notion of computability concerns computation on discrete data (such as integers, finite graphs, etc.). However, the notion can be extended naturally to obtain a meaningful definition of computability also on continuous data (such as real numbers). A striking result in this setting is that computable functions are necessarily continuous. Another striking application is that the limitations of computability can be put to positive use to give a rigorous mathematical definition for the conceptually challenging notion of *randomness*.

The course will be given in English. The syllabus will cover the topic below.

(1) Turing machines.
(2) The universal Turing machine, the halting problem and undecidability.
(3) Primitive recursive and partial computable functions.
(4) Kleene's normal form theorem.
(5) Other models of discrete computation.
(6) Type 2 Turing machines for computation with continuous data.
(7) Computable functions on real numbers.
(8) Algorithmic randomness.

**Literature:**


- A.M. Turing. On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society 2* 42:230–65, 1937.
- K. Weihrauch. *Computable Analysis: An Introduction*. Springer-Verlag, 2000.
- M. Sipser. *Introduction to the Theory of Computation*. Cengage Learning. 3rd ed., 2012.
- P. Martin-Löf. The definition of random sequences. *Information and Control* 9(6):602–619, 1966.


**Potrebno/pričakovano predznanje:** Opravljen predmet Logika in množice iz 1. letnika ali ekvivalentno znanje

**Izvedba (3/2):** Obveznosti študenta: pisni izpit.

# Izbrana poglavja iz računalniške matematike

**Riste Škrekovski**

**Vsebina:** Dotaknili se bomo štirih tem: (1) teorija matroidov, (2) verjetnostna metoda in slučajni grafi, (3) velika omrežja ter (4) matematična programska oprema. Glavni poudarek bo sicer na matroidih in na njihovi uporabi v kombinatorični optimizaciji.

Definicije in opis matroidov: baza, cikel, neodvisna množica, rang, ovojnica, neodvisna množica. Dualni matroid. Grafovski matroidi, vektorski matroidi, reprezentacija matroidov nad končnimi polji: dvojiški matroidi, trojiški matroidi, regularni matroidi. Transverzalni matroidi. Požrešna metoda, presek dveh ali treh matroidov, pakiranja in pokritja ter drugi kombinatorično optimizacijski problemi. Matroidni oraklji.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** dobro znanje verjetnosti, linearne algebre in algoritmov. Napredno znanje iz diskretne matematike, še posebej iz teorije grafov.

**Izvedba (3/2):** Pisni izpit bo iz vaj. Ustni izpit oz. pisanje teorije bo iz predavane snovi. Po želji študentov se lahko izdelajo tudi raziskovalno naravnane seminarske naloge, ki se jih nato predstavi, kar smo že prakticirali v preteklosti. V tem primeru se izdela zbornik seminarskih nalog.

# Matematični modeli v biologiji

**Barbara Boldin**

**Vsebina:** Namen izbirnega predmeta je seznaniti študente z raznovrstno uporabo matematike v biologiji in medicini. Predmet prinaša pregled klasičnih diskretnih in zveznih matematičnih modelov v ekologiji (kot so npr. modeli zajedavstva in simbioze ter modeli tekmovanja), v epidemiologiji (npr. SIS, SIR, SEIR modeli), v fiziologiji (nevrološki modeli in modeli morfogeneze) in v evoluciji.

Razumevanje kompleksnih procesov v naravi vse bolj temelji tudi na uporabi matematičnih modelov. Študent matematike dobi med študijem dovolj osnovnega matematičnega znanja za morebitno uporabo v naravoslovju. Predmet *Matematični modeli v biologiji* študentu nekoliko razširi obzorje, mu prikaže uporabnost matematike v biologiji in medicini, ga nauči osnov modeliranja različnih procesov v naravi ter osnovnih metod analize modelov. Za študente, ki so se pripravljeni naučiti tudi osnovnega biološkega jezika, ta predmet tako predstavlja dobro osnovo za delo na področju matematične biologije.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Za uspešno spremljanje predmeta je potrebno predznanje linearne algebre, splošne analize, teorije (sistemov) diferencialnih enačb ter nekaj osnovne kombinatorike in teorije verjetnosti. Zaželeno je poznavanje teorije dinamičnih sistemov, a to ni pogoj. Določene potrebne rezultate iz teorije dinamičnih sistemov (npr. vprašanje stabilnosti, obstoj limitnih ciklov itd.) bomo omenili v teku predavanj, žal pa ne bo dovolj časa za podrobnejše teoretične izpeljave. V tem smislu je to tipični predmet iz uporabne matematike (mnogo primerov uporabe, malo dokazov). Zelo koristna je spretnost pri delu z računalnikom (numerično in simbolno računanje s programi Mathematica, MatLab itd.).

**Izvedba (3/2):** Predmet ima 30 ur predavanj, 15 ur seminarja in 30 ur vaj (v enem semestru). Na predavanjih se bomo osredotočili na formulacijo modelov, metode analize ter spoznali glavne značilnosti obravnavanih modelov, namen vaj pa je natančno obravnavati konkretne krajše zglede. Domača naloga bo zasnovana individualno in projektno, zahtevala bo formulacijo in analizo matematičnega modela za specifičen biološki problem ter tudi interpretacijo rezultatov. Študent domačo nalogo predstavi v okviru seminarja. Pisni izpit študent opravi v obliki dveh kolokvijev ali na izpitnem roku po zaključku predavanj. Izdelana in predstavljena domača naloga ter opravljen pisni izpit sta pogoja za ustni izpit (kratek zaključni pogovor in vpis ocene).

# Moderna fizika

**Peter Križan**

**Vsebina:**

Elektromagnetno polje:

- Električna in magnetna polja;
- Integralska in diferencialna oblika Maxwellovih enačb;
- Elektromagnetno valovanje;

Posebna teorija relativnosti:

- Transformacija prostor-časa
- Transformacije električnega in magnetnega polja, Maxwellove enačbe v kovariantni obliki

Kvantna fizika:

- Valovne lastnosti delcev;
- Schroedingerjeva enačba in probabilistična interpretacija;
- Postulati kvantne fizike, Heisenbergove relacije;
- Harmonični oscilator;
- Vodikov atom;
- Standardni model osnovnih delcev: leptoni in kvarki, osnove umeritvenih teorij elektromagnetne, šibke in močne interakcije.
- Modeli vesolja

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Od študentov pričakujemo predznanje fizike v obsegu ustreznega predmeta na 1. stopnji študija matematike.

**Izvedba (3/2):** Predmet obsega predavanja (3 ure tedensko) in računske vaje (2 uri tedensko). Pri računskih vajah obdelamo izbrane primere, ki ponazorijo snov s predavanj.

Snov, obdelana na računskih vajah, je predmet pisnega izpita; tega lahko opravimo sproti v obliki dveh kolokvijev. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

# Astronomija

**Tomaž Zwitter**

**Vsebina:**
**Zgodovinski uvod**: astronomska odkritja, ki so spremenila svet, osnovne meritve.
**Osnove orientacije po nebu**: koordinatni sistemi, kvantitativne posledice rotacije in revolucije, loma, precesije, lastnega gibanja, aberacije svetlobe in paralakse.
**Sodobni astronomski teleskopi**: odboj in lom, osnovni parametri teleskopa, geometrijske, uklonske in atmosferske omejitve, nastanek in lastnosti slike.
**Astronomski instrumenti**: osnovne lastnosti digitalnih detektorjev, osnove fotometričnih in spektroskopskih opazovanj.
**Sonce kot tipična zvezda**: masa Zemlje in Sonca, njuna povprečna gostota, izsev, efektivna temperatura, površinski težnostni in rotacijski pospešek.
**Struktura Soncu podobnih zvezd**: hidrostatično ravnovesje, dinamični čas, središčni tlak in temperatura, utemeljitev privzetka idealnega plina, politropni model, virialni teorem, termični čas, prozornost snovi, ocena proste poti fotonov, sevalni in konvekcijski prenos energije.
**Starost zvezd**: primer Zemlje in Sonca, jedrske reakcije, njihova stabilnost in nuklearni čas, odvisnost izseva od mase za Soncu podobne zvezde.
**Razvoj zvezd**: nastanek in Jeansova masa, faza orjakinj, končne faze razvoja, odvisnost razvoja od mase.
**Opazovanje razvoja**: Hertzsprung-Russellov diagram, zvezdne kopice, merjenje razdalj, spektri kemijskih elementov v zvezdnih atmosferah v odvisnosti od temperature, kemične sestave, radialne hitrosti in težnostnega pospeška, prekrivalne spektroskopske dvojne zvezde, opazovanje končnih stopenj razvoja zvezd.
**Medzvezdni prostor**: absorpcija v plinu in prahu, vrste meglic, opazljive lastnosti.

**Potrebno/pričakovano predznanje:** Vpis v letnik.

**Izvedba (4/2):** Predavanja, vaje in praktična domača naloga izvedena na Astronomsko geofizikalnem observatoriju. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.